1- Définitions

a- Notions de fonction, d'image et d'antécédent

Définitions :

Soit D_f Une partie de $\mathbb{R}$.

Une fonction numérique f définit sur D_f est une relation qui relie chaque nombre x de D_f à un nombre unique $f(x)$ dans $\mathbb{R}$.

- D_f S'appelle le domaine de définition de la fonction numérique f.
- $y = f(x)$ est l'image de x par la fonctions f.
- x est l'antécédent de $y = f(x)$ par la fonctions f.

Notations

$y = f(x)$ Signifie que y est le réel associé à x par la fonction f.

$$\begin{aligned} \boldsymbol{f}: \boldsymbol{D_f} &\longmapsto \mathbb{R} \\ \boldsymbol{x} &\longmapsto \boldsymbol{f(x)} \end{aligned}$$ Signifie que f est une fonction numérique à variable réelle x, définie sur D_f.

Exemple :

$f(x) = x + 3$ est une fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$.

- L'image de 2 par la fonction f est $f(2) = 2 + 3 = 5$.
- L'antécédent de 7 par f est 4 car on a, $f(4) = 7$.

Remarques :

- À un nombre $x \in D_f$ on associe un (et un seul) nombre $y \in \mathbb{R}$.
- Un nombre $y \in \mathbb{R}$ peut être associé à un ou plusieurs nombres x ou à aucun.
- On peut nommer une fonction par d'autres lettres. $(g, h, a, b, c, u, \dots etc)$
- La variable x peut aussi être remplacée par d'autres lettres ou symboles. $(x, t, s, z, \alpha, \lambda, \dots etc)$

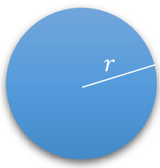
Exemples :

- Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2$.

$f(3) = f(-3) = 9$ donc 9 est associé à 3 et -3.

L'équation $f(x) = -1$ n'a pas de solutions dans $\mathbb{R}$, donc -1 n'est associer à aucun réel x.

- Soit (d) un disque de rayon r.



On peut définir une fonction S qui associe à chaque valeur du rayon $\in]0; +\infty[$, l'aire du disque, par la relation $S(r) = \pi r^2$.

Applications et méthodes sur le site Kiffelesmaths.com

b- Les modes de définition d'une fonction

Une fonction numérique peut être définie par une relation algébrique, un tableau de valeurs ou une courbe.

Soit f une fonction à variable réel x.

Relation Algébrique :

On connaît directement l'expression de $f(x)$ en fonction de x.

Exemple : la fonction f définie sur $\mathbb{R}^*$ par $f(x) = \frac{1}{x}$.

Tableau de valeurs :

On donne explicitement les images associées à différentes valeurs de x.

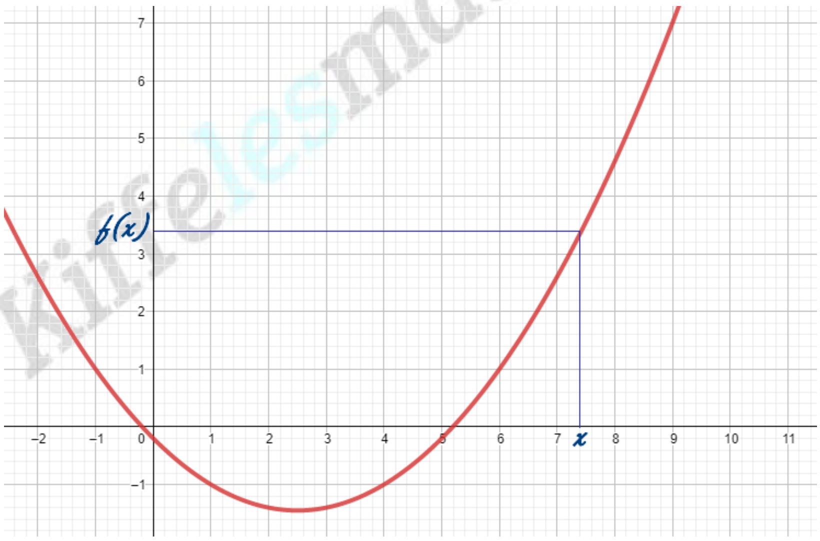
Exemple :

$\boldsymbol{x}$	**1**	**2**	**4**	**7**	**10**	**12**	**15**
$\boldsymbol{f(x)}$	-2	0	3	5	6	18	42

Courbe :

La courbe représentative d'une fonction f est l'ensemble des points $(x; f(x))$ tels que $x \in D_f$.

Exemple :



Remarques :

Une formule permet toujours de calculer une image, ce qui permet d'avoir une description complète de la fonction.

Un tableau de valeurs ne définit une fonction que sur un intervalle discret.

Une courbe donne une représentation explicite et complète d'une fonction sur un intervalle. Elle permet donc des lectures d'images, mais seulement avec la précision permise par le graphique et ne permet pas, à priori, de trouver une formule générale.

Applications et méthodes sur le site Kiffelesmaths.com

c- Parité d'une fonction

Soit f une fonction définie sur un intervalle I de centre $c = 0$, et C_f sa courbe représentative dans un repère orthogonal.

<u>Définitions :</u>

- On dit que f est paire lorsque, pour tout $x \in I$, $f(-x) = f(x)$.
- On dit que f est impaire lorsque, pour tout $x \in I$, $f(-x) = -f(x)$.

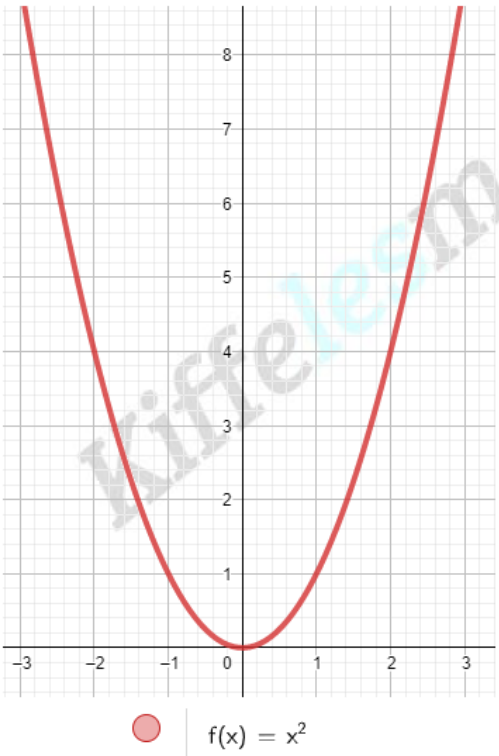
<u>Exemples :</u>

- $f(x) = x^2$ est une fonction paire.
- $f(x) = x^3$ est une fonction impaire.

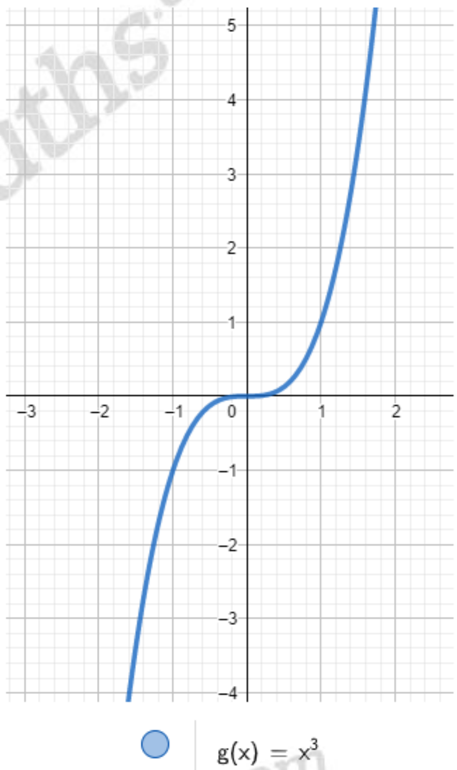
<u>Remarques :</u>

- f est paire, si et seulement si, C_f est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.
- f est impaire, si et seulement si, C_f est symétrique par rapport à l'origine du repère.

<u>Exemples :</u>



f est une fonction paire



g est une fonction impaire

<u>Remarque :</u>

Pour montrer qu'une fonction est paire ou impaire, il faut veiller à ce que l'intervalle soit bien centré en 0.

Exemples d'intervalles centrés en 0 : $\mathbb{R}$, $\mathbb{R}^*$, $]-\infty; -2] \cup [2; +\infty[$, $[-3; 3]$, …

Applications et méthodes sur le site Kiffelesmaths.com

2- Les équations du type f(x)=k et f(x)=g(x)

Soient f et g deux fonctions définies sur I et k un réel.

C_f et C_g sont respectivement les courbes représentatives de f et g dans un repère orthogonal.

a- L'équation du type $f(x) = k$

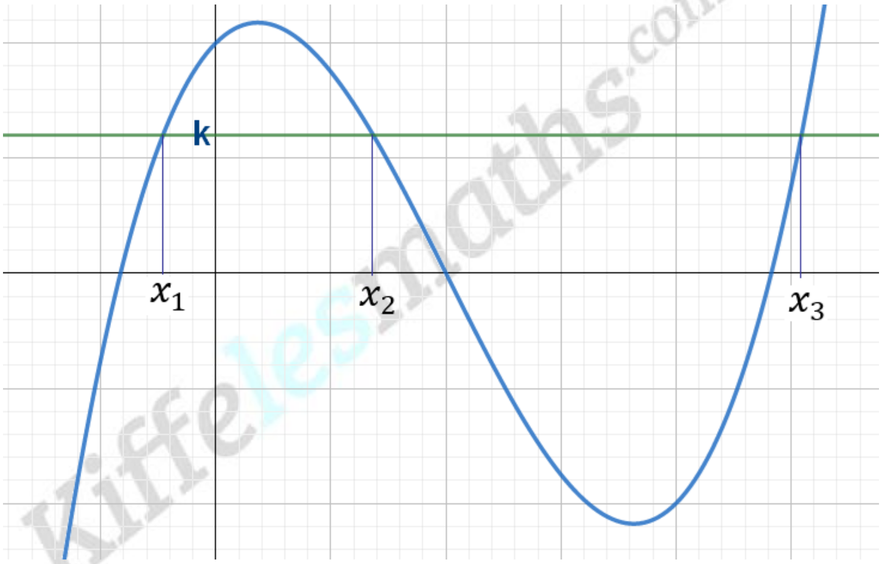
Résoudre l'équation $f(x) = k$ c'est déterminer les réels x de I tel que $f(x) = k$, c'est-à-dire déterminer l'ensemble des antécédents de k par f.

Graphiquement, les solutions de l'équation $f(x) = k$ sont les abscisses de tous les points de C_f ayant pour ordonnée k.

<u>Remarque :</u>

L'ensembles des points $(x; k)$ tel que $f(x) = k$ représente les points d'intersection de C_f avec la droite horizontale de l'équation $y = k$.

<u>Exemple :</u>



Dans cet exemple l'équation $f(x) = k$ admet trois solutions x_1; x_2 et x_3 et on note : $S = \{x_1;\ x_2; x_3\}$

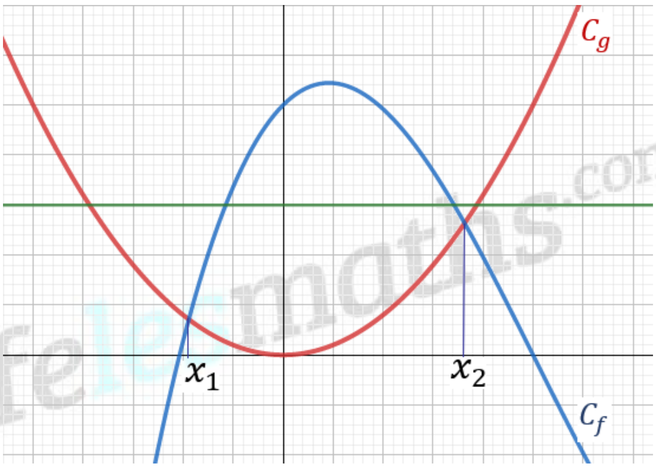
Applications et méthodes sur le site Kiffelesmaths.com

b- L'équation du type $f(x) = g(x)$

Résoudre l'équation $f(x) = g(x)$ c'est déterminer les réels x de I tel que $f(x) = g(x)$, c'est-à-dire déterminer les réels x de I qui ont la même image par f et par g.

Graphiquement, les solutions de l'équation $f(x) = g(x)$ sont les abscisses des points d'intersection de C_f et C_g.

<u>Exemple :</u>



Dans cet exemple l'ensemble des solutions de l'équation $f(x) = g(x)$ est $S = \{x_1;\ x_2\}$

Applications et méthodes sur le site Kiffelesmaths.com

L'explication de tous le cours avec d'autres exemples et exercices en vidéo.
sur le site Kiffelesmaths.com