1- Vecteur normal et équation d'une droite

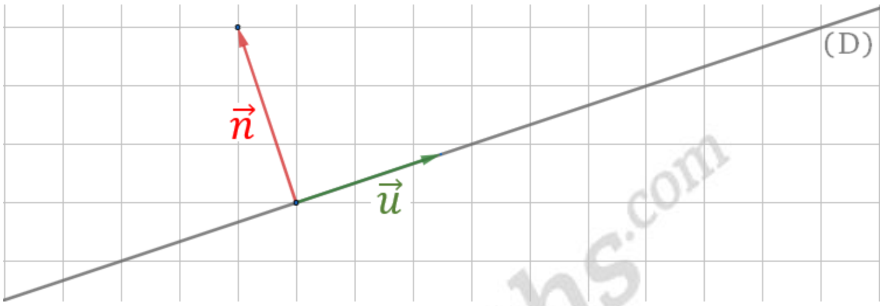
Le plan est muni d'un repère orthonormé.

a- Vecteur normal à une droite

Définition :

Soient (D) une droite de vecteur directeur $\vec{u}$ et $\vec{n}$ un vecteur du plan.
$\vec{n}$ est un vecteur normal à (D), si et seulement si, $\vec{n}.\vec{u} = 0$.

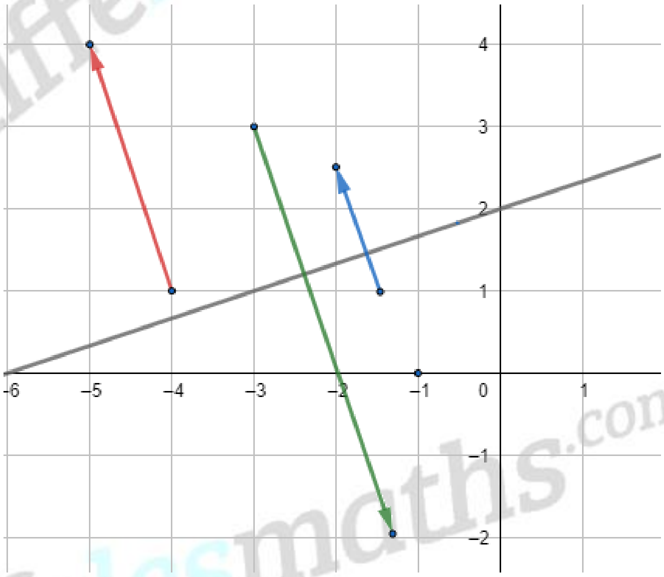
Exemple :



Dans cet exemple le vecteur $\vec{n}\binom{-1}{3}$ est un vecteur normal à (D).

Propriété :

Si $\vec{n}$ est un vecteur normal à (D), alors tout vecteur non nul colinéaire à $\vec{n}$ est un vecteur normal à (D).

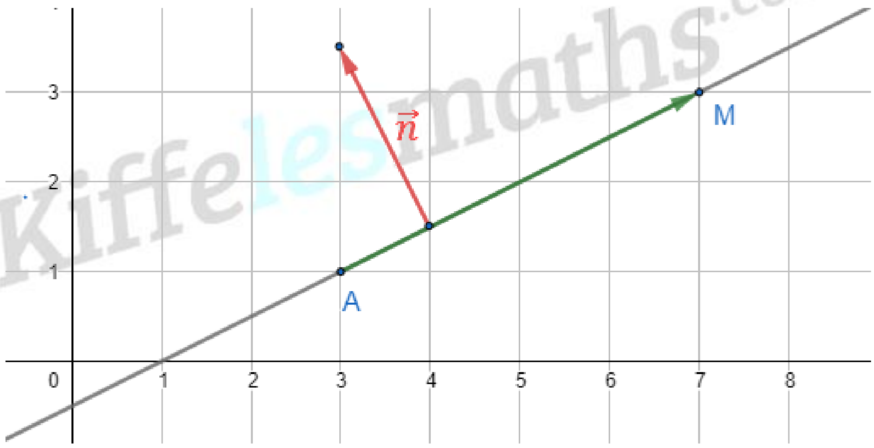


Exemple :

Soit (D) une droite de vecteur normal $\vec{n}$,
Les vecteurs $-2\vec{n}$, $\frac{3}{2}\vec{n}$, … sont des vecteurs normaux à (D).

Définition d'une droite :

Soit (D) une droite passant par un point A et de vecteur normal $\vec{n}$,
La droite (D) est l'ensemble des points $M(x;y)$ tel que $\overrightarrow{AM}.\vec{n} = 0$.



b- Équation cartésienne d'une droite

Propriété :

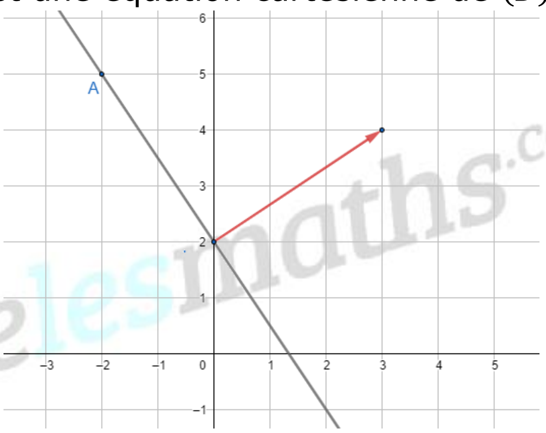
Soient a, b et c des réels tels que a et b ne sont pas nuls en même temps.
Une droite (D) a pour équation cartésienne $ax + by + c = 0$, si et seulement si, le vecteur $\vec{n}\binom{a}{b}$ est normal à (D).

Application :

Déterminons une équation cartésienne de la droite (D) passant par $A(-2;5)$ et de vecteur normal $\vec{n}\binom{3}{2}$.
Rédaction :
$\vec{n}\binom{3}{2}$ est un vecteur normal à (D) alors $3x + 2y + c = 0$ est une équation cartésienne de (D), et puisque $A \in (D)$ alors $3x_A + 2y_A + c = 0$

$$3 \times (-2) + 2 \times 5 + c = 0$$
$$-6 + 10 + c = 0$$
$$4 + c = 0$$
$$c = -4$$

Donc $3x + 2y - 4 = 0$ est une équation cartésienne de (D).



Applications et méthodes sur le site Kiffelesmaths.com

2- Équation cartésienne d'un cercle et d'une parabole

a- Équation cartésienne d'un cercle

<u>Définition d'un cercle :</u>

Soit $\mathcal{C}$ un cercle de centre $\Omega(x_\Omega; y_\Omega)$ et de rayon R,
Le cercle $\mathcal{C}$ est l'ensemble des points $M(x, y)$ tel que $\Omega\mathrm{M} = \mathrm{R}$.

<u>Remarque :</u>

$$\Omega\mathrm{M} = \mathrm{R} \Leftrightarrow \sqrt{(x - x_\Omega)^2 + (y - y_\Omega)^2} = R$$
$$\Leftrightarrow (x - x_\Omega)^2 + (y - y_\Omega)^2 = R^2$$

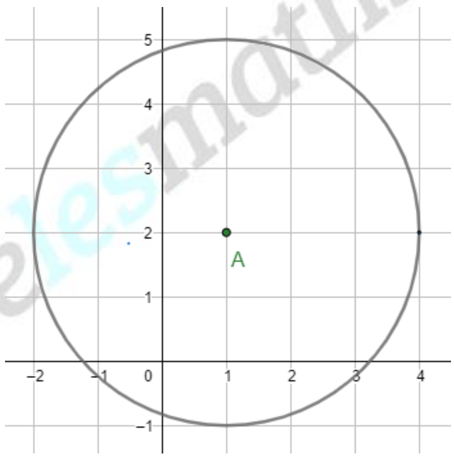
<u>Propriété :</u>

Soit R un réel strictement positif et $\Omega(x_\Omega; y_\Omega)$ un point du plan.

$(x - x_\Omega)^2 + (y - y_\Omega)^2 = R^2$ est une équation cartésienne du cercle $\mathcal{C}$ de centre Ω et de rayon R.

<u>Exemple :</u>

$(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 9$ est une équation cartésienne du cercle $\mathcal{C}$ de centre $A(1; 2)$ et de rayon $R = 3$.



<u>Propriété</u>

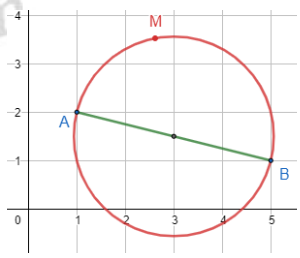
Soient A et B deux points du plan.
L'ensemble des points $M(x; y)$ du plan tel que $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 0$ est le cercle de diamètre $[AB]$.

<u>Exemple :</u>

Soit $\mathcal{C}$ un cercle de diamètre $[AB]$, avec $A(1; 2)$ et $B(5; 1)$

$$M \in \mathcal{C} \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 0$$
$$\overrightarrow{MA}\binom{x-1}{y-2} \text{ et } \overrightarrow{MB}\binom{x-5}{y-1}$$

Donc $(x - 1)(x - 5) + (y - 2)(y - 1) = 0$ est une équation cartésienne du cercle $\mathcal{C}$.



Applications et méthodes sur le site Kiffelesmaths.com

b- Équation cartésienne d'une parabole

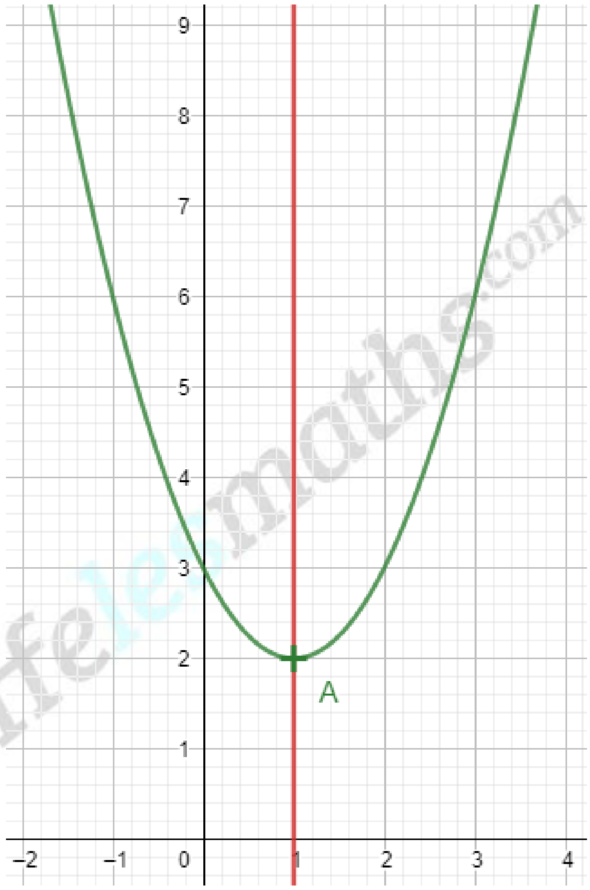
Définition et propriété :

Soient a, b et c des réels tel que $a \neq 0$ et soit la fonction $f(x) = ax^2 + bx + c$

L'équation $y = ax^2 + bx + c$ est une équation d'une parabole pour sommet $S\left(-\frac{b}{2a}; f\left(-\frac{b}{2a}\right)\right)$ et pour axe de symétrie la droite d'équation $x = -\frac{b}{2a}$.

Exemple :

L'équation $y = x^2 - 2x + 3$ est une équation d'une parabole pour sommet $S(1; 2)$ et pour axe de symétrie d'équation $x = 1$.



Applications et méthodes sur le site Kiffelesmaths.com

L'explication de tout le cours avec d'autres exemples et exercices en vidéo.
sur le site Kiffelesmaths.com