Limite de suites – bilan 02

Exercice 01 :

Soient (U_n) et (V_n) deux suites numériques e, définies pour tout entier $n \geq 1$ par :

$U_n = \frac{n}{3^n}$ et $V_n = \frac{U_{n+1}}{U_n}$.

1- Exprimer V_n en fonction de n puis calculer $\lim_{n \to +\infty} (V_n)$.

2- Montrer que $\frac{1}{3} \leq V_n \leq \frac{2}{3}$ pour tout entier $n \geq 1$.

Exercice 02 :

Soient (U_n) et (V_n) deux suites telles que $U_0 = \frac{3}{2}$, et pour tout entier n,

$U_{n+1} = \frac{2}{3 - U_n}$ et $V_n = \frac{U_n - 1}{U_n - 2}$.

1- a- Montrer que : $1 < U_n < 2$ pour tout entier n. (Par récurrence)

1-b- Montrer que (U_n) est décroissante.

1-c- Déduire que (U_n) est convergente.

2-a- Montrer que (V_n) est une suite géométrique et préciser sa raison ainsi que son premier terme.

2-b- Exprimer (V_n) en fonction de n et déduire (U_n) en fonction de n.

2-c- Calculer la limite de (Vn).

3- On pose : $S_n = \frac{1}{U_0 - 2} + \frac{1}{U_1 - 2} + \ldots + \frac{1}{U_{n-1} - 2}$

3-a- Montrer que : $V_n - 1 = \frac{1}{U_n - 2}$.

3-b- Exprimer S_n en fonction de n puis calculer la limite de S_n.

Voir la correction sur le site Kiffelesmaths.com