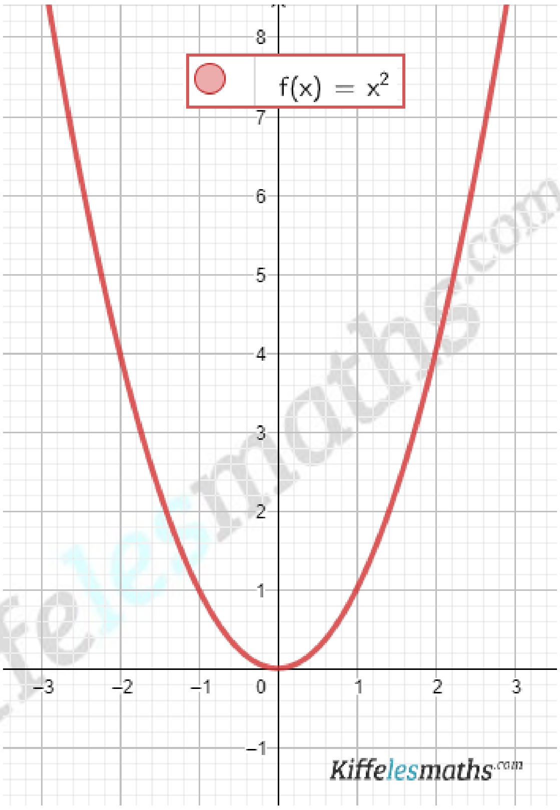
1- Fonctions de référence

a- Fonction carrée

Définitions :

La fonction carrée est une fonction définie sur $\mathbb{R}$, qui associer a tout réels x le réel x^2.

Dans un repère orthogonal $(O;I;J)$, la courbe de la fonction $x \longmapsto x^2$ est une parabole de sommet O.



Propriétés :

- Pour tout réel x, la fonction $x \longmapsto x^2$ est positive.
- La fonction $x \longmapsto x^2$ est une fonction paire.
- La fonction $x \longmapsto x^2$ est une fonction strictement décroissante sur $]-\infty;0[$ et strictement croissante sur $]0;+\infty[$.

x	$-\infty$	0	$+\infty$
x^2	↘	0	↗

- La courbe de la fonction carrée est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.

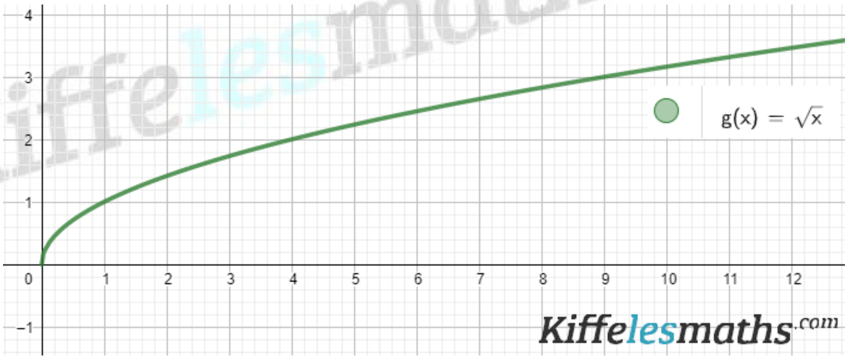
Applications et méthodes sur le site Kiffelesmaths.com

b- Fonction racine carrée

Définition :

La fonction racine carrée est une fonction définie sur $[0;+\infty[$, qui associer a tout réel x le réel $\sqrt{x}$.

La courbe de $x \longmapsto \sqrt{x}$:



Propriétés :

- Pour tout réel x, la fonction $x \longmapsto \sqrt{x}$ est positive.
- La fonction $x \longmapsto \sqrt{x}$ est une fonction strictement croissante sur $[0;+\infty[$.

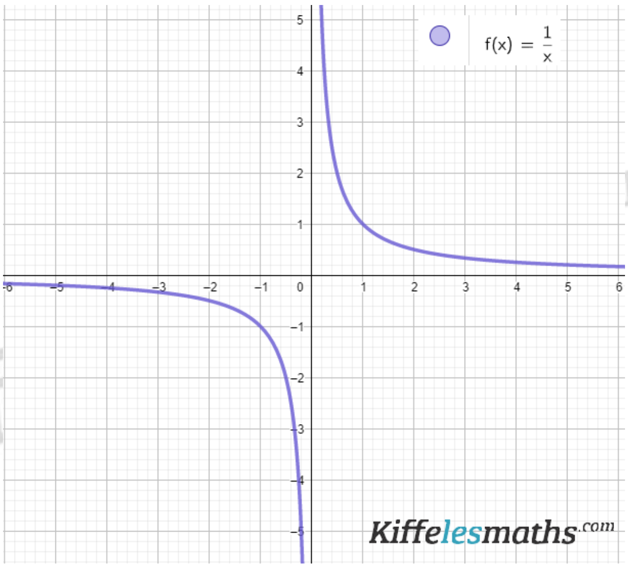
x	0 $\qquad\qquad\qquad$ $+\infty$
$\sqrt{x}$	0 $\nearrow$

c- Fonction inverse

Définitions :

La fonction inverse est une fonction définie sur $\mathbb{R}^*$, qui associer a tout réel x le réel $\frac{1}{x}$.

Dans un repère orthogonal $(O;I;J)$, la courbe de la fonction $x \longmapsto \frac{1}{x}$ est une hyperbole de sommet O.



Propriétés :

- La fonction $x \longmapsto \frac{1}{x}$ est une fonction impaire.
- La fonction $x \longmapsto \frac{1}{x}$ est une fonction strictement décroissante sur $]-\infty;0[$ et sur $]0;+\infty[$.

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$\frac{1}{x}$	↘	‖	↘

- L'équation $\frac{1}{x}=0$ n'a pas de solution sur $]-\infty;0[\cup]0;+\infty[$.

Applications et méthodes sur le site Kiffelesmaths.com

d- Fonction cube

Définition :

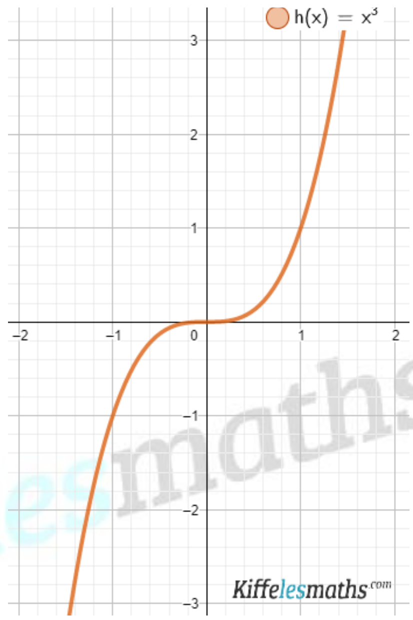
La fonction cube est une fonction définie sur $\mathbb{R}$, qui associer a tout réel x le réel x^3.

Propriétés :

La fonction $x \longmapsto x^3$ est une fonction impaire et strictement croissante sur $\mathbb{R}$.

x	$-\infty$	0	$+\infty$
x^3	↗	0	↗

La courbe de la fonction $x \longmapsto x^3$ est symétrique par rapport à l'origine du repère.



Applications et méthodes sur le site Kiffelesmaths.com

Propriété admise :

Pour tout réel a, l'équation $x^3 = a$ admet exactement une solution, que l'on appelle, racine cubique de a noté $\sqrt[3]{a}$.

Exemples :

$2^3 = 8$ alors $\sqrt[3]{8} = 2$, $3^3 = 27$ alors $\sqrt[3]{27} = 3$ et $\left(\frac{1}{4}\right)^3 = \frac{1}{64}$ alors $\sqrt[3]{\frac{1}{64}} = \frac{1}{4}$.

Propriétés :

Soit a et b deux réels, on a :

- $\left(\sqrt[3]{a}\right)^3 = a$.
- $\sqrt[3]{a} \times \sqrt[3]{b} = \sqrt[3]{a \times b}$.
- Si $b \neq 0$, $\frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{b}} = \sqrt[3]{\frac{a}{b}}$.
- $\sqrt[3]{a}$ est une solution de l'équation $x^3 = a$.

Applications et méthodes sur le site Kiffelesmaths.com

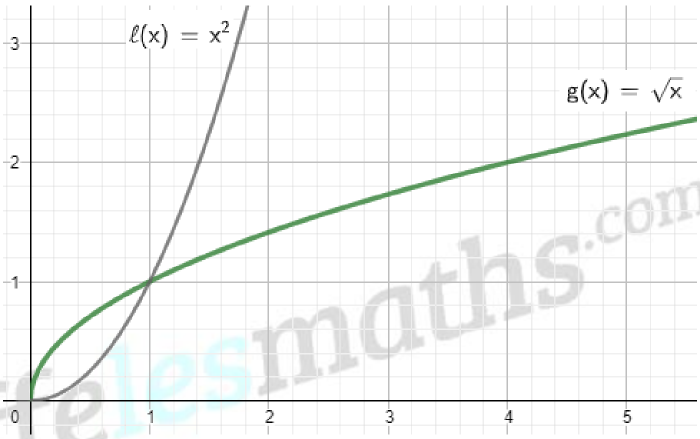
2- Applications

a- Équations

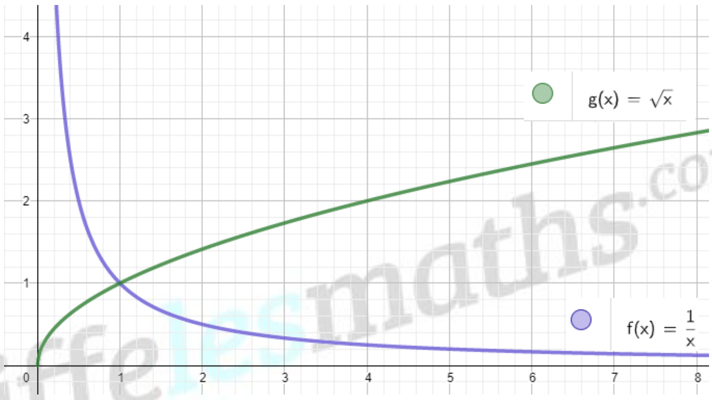
- Pour tous $x \in [0; +\infty[$, $x^2 = \sqrt{x} \Leftrightarrow x = 0$ ou $x = 1$.
- Pour tous $x \in]-\infty; 0[\cup]0; +\infty[$, $x^2 = \frac{1}{x} \Leftrightarrow x = 1$.
- Pour tous $x \in]0; +\infty[$, $\sqrt{x} = \frac{1}{x} \Leftrightarrow x = 1$.
- Pour tous $x \in \mathbb{R}$, $x^2 = x^3 \Leftrightarrow x = 0$ ou $x = 1$.
- Pour tous $x \in]-\infty; 0[\cup]0; +\infty[$, $x^3 = \frac{1}{x} \Leftrightarrow x = 1$ ou $x = -1$.
- Pour tous $x \in [0; +\infty[$, $x^3 = \sqrt{x} \Leftrightarrow x = 0$ ou $x = 1$.

b- Inéquations

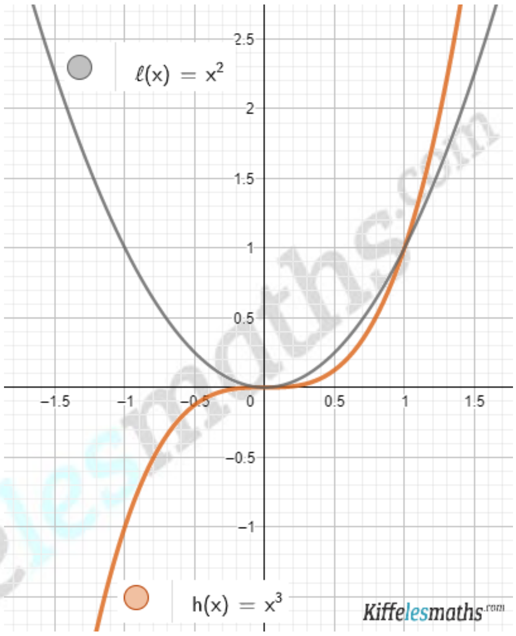
- Pour tous $x \in [0; +\infty[$, $\sqrt{x} \geq x^2 \Leftrightarrow x \in [0; 1]$.
- Pour tous $x \in [0; +\infty[$, $\sqrt{x} \leq x^2 \Leftrightarrow x \in [1; +\infty[$.



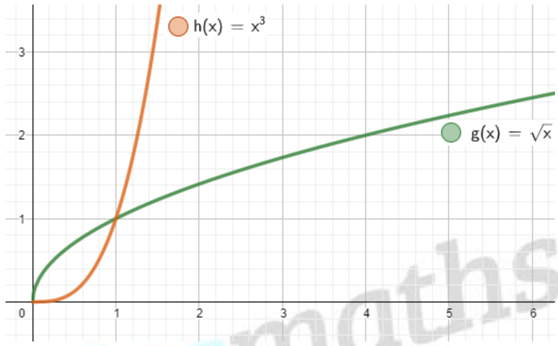
- Pour tous $x \in]0; +\infty[$, $\sqrt{x} \geq \frac{1}{x} \Leftrightarrow x \in [1; +\infty[$.
- Pour tous $x \in]0; +\infty[$, $\sqrt{x} \leq \frac{1}{x} \Leftrightarrow x \in]0; 1]$.



- Pour tous $x \in \mathbb{R}$, $x^2 \geq x^3 \Leftrightarrow x \in]-\infty; 1]$.
- Pour tous $x \in \mathbb{R}$, $x^2 \leq x^3 \Leftrightarrow x \in [1; +\infty[$.



- Pour tous $x \in [0; +\infty[$, $\sqrt{x} \geq x^3 \Leftrightarrow x \in [0; 1]$.
- Pour tous $x \in [0; +\infty[$, $\sqrt{x} \leq x^3 \Leftrightarrow x \in [1; +\infty[$.



Applications et méthodes sur le site Kiffelesmaths.com

L'explication de tous le cours avec d'autres exemples et exercices en vidéo.
sur le site Kiffelesmaths.com